

NOM-Prénom :

NOTE :/20

Mathématiques pour la Physique — EL5PPAB1
Interrogation 3

(25 minutes, 2 pages, sans document)

1. Définir la transformée de Laplace d'une fonction à variable réelle et continue, ainsi que l'abscisse de sommabilité. *(3 points)*

2. Si $f(t) \supset F(p)$, donner sans démonstration la transformée de Laplace de $t^n f(t)$.
(2 points)

3. Si $f(t) \supset F(p)$, donner sans démonstration la transformée de Laplace de $t \mapsto f(t - t_0)$ où t_0 est un réel quelconque. *(2 points)*

4. Pour $\omega \in \mathbb{C}$, donner la transformée de Laplace de $t \mapsto H(t) \sin(\omega t)$, ainsi que son abscisse de sommabilité. *(3 points)*

5. Si $f(t) \supset F(p)$, donner sans démonstration la transformée de Laplace de f' au sens des fonctions d'une part, et au sens des distributions d'autre part. (3 points)
6. Que peut-on dire de la transformée de Laplace d'un produit de convolution ? (1 point)
7. Résoudre l'équation différentielle $y''(t) + 2y'(t) - 3y(t) = \delta(t)$ par la transformée de Laplace au sens des distributions. On pourra utiliser le résultat $\frac{1}{(p-1)(p+3)} = \frac{1}{4(p-1)} - \frac{1}{4(p+3)}$. (6 points)

NOM-Prénom : NOTE :/20

Mathématiques pour la Physique — EL5PPAB1
Interrogation 1

(20 minutes, 2 pages, sans document)

1. Donner la définition d'une fonction-test. *(2,5 points)*
2. Donner la définition (et non ses propriétés!) du pic de Dirac. *(2,5 points)*
3. Donner la définition de la dérivée d'une distribution. On définira toutes les notations éventuellement utilisées. *(2,5 points)*
4. Définir le produit de convolution de deux fonctions en précisant les propriétés qu'elles doivent satisfaire. *(2,5 points)*

5. Donner la définition de la fonction de Green associée à une équation différentielle inhomogène, ainsi que la solution particulière qui utilise la fonction de Green. On définira toutes les notations nécessaires. (4 points)
6. Donner la définition d'une fonction tempérée. (2 points)
7. Donner sans démonstration le produit de convolution d'une fonction tempérée avec le pic de Dirac et avec la dérivée n ème du pic de Dirac. (2 points)
8. Comment peut-on relier le signal en sortie et le signal en entrée pour un filtre linéaire et invariant de le temps? (2 points)

NOM-Prénom : NOTE :/20

Mathématiques pour la Physique — EL5PPAB1
Interrogation 1

(20 minutes, 2 pages, sans document)

1. Calculer la dérivée par rapport à la variable x de $x \mapsto \frac{u(x)v(x)}{w(x)}$ où u , v et w sont des fonctions dérivables sur \mathbb{R} avec $w(x) \neq 0 \forall x \in \mathbb{R}$. (3 points)

2. Donner une primitive des fonctions $f : x \mapsto \frac{1}{x^2 + 1}$ et $g : x \mapsto \sqrt{2x + 3}$. (3 points)

3. Pour $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ différentiable, donner l'expression de df . On définira les notations utilisées. (4 points)

4. Énoncer, en précisant les notations, la règle de la chaîne pour la fonction $x \mapsto (f \circ g)(x)$ où f et g sont deux fonctions d'une seule variable réelle dérivables. (3 points)
5. Quelle est l'expression analytique de la solution générale de l'équation différentielle $ay'(x) + by(x) = c$ où a et b sont deux réels non nuls et c un réel quelconque? (4 points)
6. Quelle est l'expression analytique de la solution générale de l'équation différentielle $ay''(x) + 2by'(x) + cy(x) = 0$ où a , b et c sont trois réels avec $a \neq 0$ et $b^2 - ac < 0$? (4 points)